

令和 3 年度 入学 試験 問題

数 学 (理系)

200 点満点

◀配点は、一般選抜学生募集要項に記載のとおり。▶

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は監督者の指示があるまで開かないこと。
2. 解答冊子は表紙のほかに、解答用ページ、計算用ページ、余白ページをあわせて16ページある。
3. 問題は全部で6題ある(1ページから2ページ)。
4. 試験開始後、解答冊子の表紙所定欄に学部名・受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は解答冊子の指定された解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して見開きに隣接する計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って、計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。また、余白ページに書かれたものは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページまたは余白ページに書いて、残しておいてもよい。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(40 点)

次の各問に答えよ.

問 1 xyz 空間の 3 点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, -1, 0)$, $C(0, 0, 2)$ を通る平面 α に関して点 $P(1, 1, 1)$ と対称な点 Q の座標を求めよ. ただし, 点 Q が平面 α に関して P と対称であるとは, 線分 PQ の中点 M が平面 α 上にあり, 直線 PM が P から平面 α に下ろした垂線となることである.

問 2 赤玉, 白玉, 青玉, 黄玉が 1 個ずつ入った袋がある. よくかきまぜた後に袋から玉を 1 個取り出し, その玉の色を記録してから袋に戻す. この試行を繰り返すとき, n 回目の試行で初めて赤玉が取り出されて 4 種類全ての色が記録済みとなる確率を求めよ.

2

(30 点)

曲線 $y = \frac{1}{2}(x^2 + 1)$ 上の点 P における接線は x 軸と交わるとし, その交点を Q とおく. 線分 PQ の長さを L とするとき, L が取りうる値の最小値を求めよ.

3

(30 点)

無限級数 $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n \cos \frac{n\pi}{6}$ の和を求めよ.

4

(30 点)

曲線 $y = \log(1 + \cos x)$ の $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の部分の長さを求めよ.

5

(30 点)

xy 平面において, 2 点 $B(-\sqrt{3}, -1)$, $C(\sqrt{3}, -1)$ に対し, 点 A は次の条件(*)を満たすとする.

(*) $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ かつ点 A の y 座標は正.

次の各問に答えよ.

- (1) $\triangle ABC$ の外心の座標を求めよ.
- (2) 点 A が条件(*)を満たしながら動くとき, $\triangle ABC$ の垂心の軌跡を求めよ.

6

(40 点)

次の各問に答えよ.

問 1 n を 2 以上の整数とする. $3^n - 2^n$ が素数ならば n も素数であることを示せ.

問 2 a を 1 より大きい定数とする. 微分可能な関数 $f(x)$ が $f(a) = af(1)$ を満たすとき, 曲線 $y = f(x)$ の接線で原点 $(0, 0)$ を通るものが存在することを示せ.

問題は, このページで終わりである。

補足説明（数学（理系））

下記の補足説明があります。

記

（補 足 説 明）

数学（理系）問題冊子

1 ページ

1 問2の最後に次の文を補足する。

ただし n は 4 以上の整数とする。

以 上