

令和8年度特色入試問題

《理学部（物理学・数学入試）》

物理学および数学に関する能力測定考査

1000点満点

(注 意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は全部で4題ある(1ページから7ページ)。
3. 解答冊子は問題ごとに1冊ずつある(全部で4冊ある)。それぞれの解答冊子は表紙のほかに7ページある。
4. 試験開始後、それぞれの解答冊子の表紙所定欄に受験番号・氏名をはっきり記入すること。表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題ごとに指定された解答冊子の解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して同じ解答冊子の計算用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って計算用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、計算用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、計算用ページに書いてもよい。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

1

(250点)

ブランコでは外部からの力を借りずに自力でこぐことで振幅を大きくできる。このことに関連する以下の設問に答えよ。ただし、最終的な答えだけでなく、思考過程がわかるように、必要な数式や図、論理的な文章も交え、簡潔に説明すること。なお、問題文全体を通して振幅は十分に小さいものとし、重力加速度を g とする。

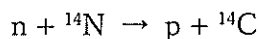
- (1) まず、ブランコのモデルとして、長さ L のひもに質量 m の質点を付けた振り子の運動を考える。ひもが鉛直方向となす角を θ としたとき、質点にはたらく力のうち、振り子の運動に沿った円弧の接線方向の力を求めよ。また、振動の周期を求めよ。
- (2) 質点が $\theta = \theta_0$ から静かに運動を開始するとき、角度 $\theta = \theta_1$ における速さ v を求めよ。
- (3) 次に、ブランコをこぐことを考える。ブランコに乗った人が立ち上がったたり、しゃがんだりすることは、重心位置を変化させることに対応する。つまり、ひもの長さが変化する振り子とみなせる。ひもの長さを最下点で瞬間的に、 $L_0 + \Delta L/2$ から $L_0 - \Delta L/2$ へ縮め、最上点で $L_0 - \Delta L/2$ から $L_0 + \Delta L/2$ へ伸ばす。それ以外ではひもの長さの変化がないとする。この運動の一周あたりエネルギー変化を考えることで、ブランコの振幅が大きくなる理由を述べよ。なお、ひもの長さの変化に際しての速度変化については、ケプラーの法則と同様に面積速度一定の法則がこの場合にも成り立つことを用いよ。
- (4) 小問(3)において、ひもの長さを変化させるタイミングを変えた場合に振幅の増幅率がどのように変化するかを、その理由とともに述べよ。
- (5) 小問(3)において、 $\theta = \theta_0$ で静止した状態から運動を始めたとき、 θ の最大値が $2\theta_0$ に到達するために必要な往復回数を求めよ。ここで、 $\Delta L/L_0$ は1より十分に小さいとする。

2

(250 点)

放射性炭素年代測定に関する以下の設問に答えよ。ただし、説明を求める設問に対しては、最終的な答えだけでなく、思考過程がわかるように、必要な数式や図、論理的な文章も交え、簡潔に説明すること。

太陽系外から到来する宇宙線（おもに陽子(p)）は、地球大気の上層で中性子(n)を生成する。この中性子が大気中の窒素(^{14}N)と衝突すると、陽子を放出して炭素同位体 ^{14}C が発生する。



安定に存在する ^{12}C に対し、不安定な ^{14}C は半減期 $T=5700$ 年ほどで β 崩壊する。絶えず降り注ぐ宇宙線による生成と、 β 崩壊のバランスによって、大気中の ^{14}C と ^{12}C の濃度比は一定 ($^{14}\text{C}/^{12}\text{C} \sim 10^{-12}$) に保たれている。大気中の ^{14}C は酸素と結合して二酸化炭素となり、光合成で植物に取り込まれて生物圏に拡がっていく。生物が活着している間は、体内に ^{14}C が平衡状態の比率で含まれているが、生物が死ぬと ^{14}C が取り込まれなくなり、 $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ は時間とともに減少する。この性質を利用し、古いサンプルの放射性炭素年代測定が行われる。

- (1) 炭素同位体 ^{14}C が β 崩壊した際に生じる原子を原子番号と質量数がわかるように答えよ。また、この時に反電子ニュートリノと同時に放出される素粒子は何かを答えよ。

炭素同位体の比率を測定するため、図 1(a) のような磁場を用いた質量分析器が用いられる。炭素原子をイオン化し、電極間の電場で加速する。この加速されたイオンを紙面に垂直で上向きな一様磁場の中に紙面に平行に入射する。イオンの衝突位置を測定できる位置検出器を x 軸上に設置することで、質量分析器を構成する。イオンの電荷はすべて q とし、 ^{12}C 原子のイオン一個あたりの質量を m 、電極間の電位差を V 、一様磁場の磁束密度の大きさは B とし以下設問に答えよ。

- (2) 加速前のイオンの初速度 v_0 が 0 と見なせる場合、運動後に x 軸上のどの位置にイオンは到達するかを示し、この質量分析器を用いて ^{12}C と ^{14}C を区別する原理を説明せよ。
- (3) 電位差 V による加速前のイオンの初速度 v_0 が広がりを持つことが、小問(2)の質量分析器の分離性能の低下をもたらす要因となる。電位差 V を大きくすることで、この性能低下が抑えられる。その原理を説明せよ。

(4) 小問(3)において電位差 V を大きくする代わりに、加速部と磁場 B の領域間に、新たに電場 E_s と磁場 B_s を図 1(b) のように加えることでも、 v_0 の広がりによる性能低下が抑えられる。その原理を説明せよ。

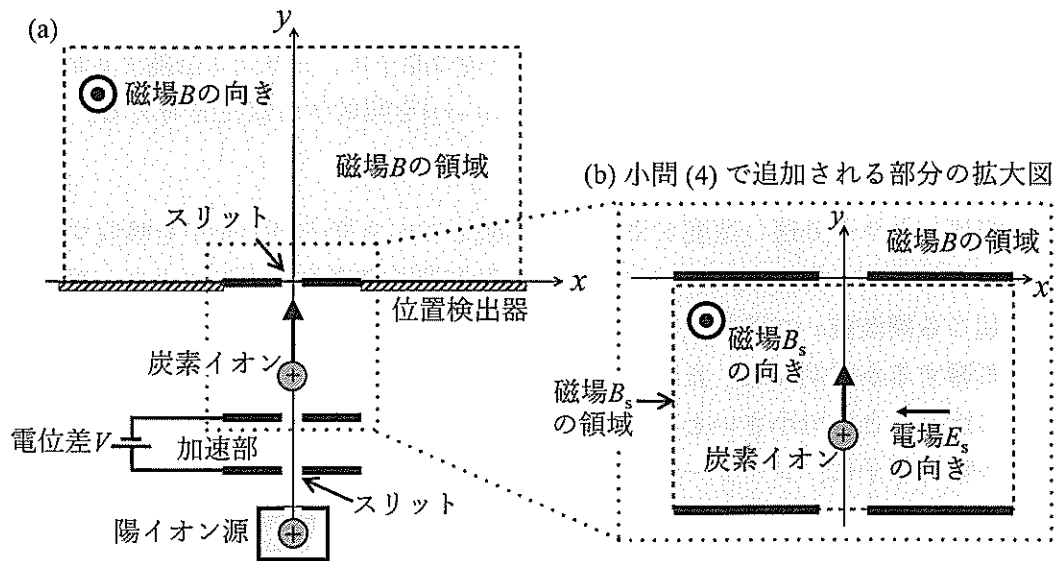


図 1：磁場を用いた質量分析器の模式図

3

(250 点)

近年、著しい精度の向上が報告されている原子時計には多くの物理現象が含まれる。「原子時計の物理」を題材とした、以下の3つの問に答えよ。ただし、説明を求める設問に対しては、最終的な答えだけでなく、思考過程がわかるように、必要な数式や図、論理的な文章も交え、簡潔に説明すること。ここでは、 x 方向に一次元運動する質量 M で共鳴周波数 ν_0 を持つ原子に、 x 方向に伝播する周波数 ν のレーザー光電場 $E(x, t) = E_0 \sin[2\pi\nu(x/c - t)]$ を照射する状況を考える。なお、光速を c 、プランク定数を h とする。

- (1) 光速 c より十分遅い速度 V で自由に運動している原子が1光子を吸収する際のエネルギー保存則、および、運動量保存則を考察することにより、吸収が起こる周波数 ν に関する関係式を導出し、どのような効果が吸収の周波数に影響するか説明せよ。ただし、1光子のエネルギーは原子の静止エネルギーに比べると十分小さいとして無視してよい。また、温度 T で熱運動している多数の原子に、レーザー光の周波数 ν を連続的に変化させて照射した際に期待される吸収スペクトルを図示せよ。特に、スペクトルの幅がどのように与えられるか説明せよ。
- (2) 小問(1)とは異なり、原子がばねで強く束縛されていて、釣り合いの位置のまわりに角周波数 Ω 、振幅 X_0 で単振動している（つまり、 $x = X_0 \sin(\Omega t)$ と運動している）場合、小問(1)で考えた1原子に対する運動量保存則は成り立たない。ここでは、振動する原子の位置におけるレーザー光電場の周波数成分を考察することにより、この場合に期待される吸収スペクトルを図示せよ。ただし、振幅 X_0 はレーザー光の波長 $\lambda (= c/\nu)$ に比べて十分小さいとし、 X_0/λ の2次以上は無視してよい。
- (3) エネルギーと質量の等価性に着目し、光子を「質量」が $h\nu/c^2$ の粒子とみなそう。このとき、高低差 Δz での重力による光子の位置エネルギーの変化を、光子のエネルギーの変化 $h\Delta\nu$ に等しいとして、周波数の変化 $\Delta\nu$ の表式を導出せよ。ただし、 z 方向の重力加速度を g とせよ。また、 $\Delta z = 1.0006446 \text{ m}$ 、 $\nu = 1.0006446 \times 10^{14} \text{ Hz}$ 、 $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ として、 $\Delta\nu$ の値を有効数字1桁で計算せよ。この周波数の変化は時間の進み方が重力ポテンシャルに依存するという一般相対論的效果を表しており、GPS (global positioning system) の構築においても考慮することが必須となっている。

4

(250 点)

- (1) p, q を実数とする。実数全体で定義された関数 $y = e^x$ のグラフが直線 $y = px + q$ と共有点を持たないための p と q が満たすべき条件を求めよ。
- (2) 実数全体で定義された微分可能な関数 $f(x)$ が条件

$$f'(x) = x(2x^2 + 1)^{\frac{2}{3}}, \quad f(0) = 1$$

を満たすとする。関数 $f(x)$ を求めよ。

問題はこのページで終わりである

問題訂正及び補足説明
理学部物理学・数学入試 能力測定考査

下記の問題訂正及び補足説明があります。

記

問 題 訂 正

理学部物理学・数学入試 能力測定考査 問題冊子

㊦ 4ページ (4) :

(誤) 新たに電場 E_s と磁場 B_s を

↓

(正) 新たに適切な電場 E_s と磁場 B_s を

補 足 説 明

表紙 :

物理, 数学の出題に明確に区別されていない点に注意して, 解答せよ.

㊧ 1 ページ (5) :

必要であれば, $\cos\theta \doteq 1 - \frac{1}{2}\theta^2$ の近似を用いてよい.

以上