

令和3年度特色入試問題

《総合人間学部》 理系総合問題

100点満点

(注意)

1. 問題冊子および解答冊子は係員の指示があるまで開かないこと。
2. 問題は全部で4題ある(1ページから7ページ)。
3. 解答冊子は全部で2冊ある。それぞれの解答冊子は表紙のほかに6ページ,12ページある。
4. 試験開始後、それぞれの解答冊子の表紙所定欄に受験番号・氏名をはっきり記入すること。
表紙には、これら以外のことを書いてはならない。
5. 解答は問題ごとに指定された解答冊子の解答用ページに書くこと。ただし、続き方をはっきり示して同じ解答冊子の下書き用ページに解答の続きを書いてもよい。この場合に限って下書き用ページに書かれているものを解答の一部として採点する。それ以外の場合、下書き用ページは採点の対象としない。
6. 解答のための下書き、計算などは、下書き用ページに書くこと。
7. 解答に関係のないことを書いた答案は無効にすることがある。
8. 解答冊子は、どのページも切り離してはならない。
9. 問題冊子は持ち帰ってもよいが、解答冊子は持ち帰ってはならない。

I

(25 点)

平面上の曲線 γ に対する次の条件 (*) を考える。

(*) 任意の三角形 $\triangle PQR$ に対し、 γ 上に適当な 3 点 A, B, C をとると $\triangle PQR \sim \triangle ABC$ となる。

このとき以下の問に答えよ。

問1 円周は (*) を満たすことを示せ。

問2 曲線 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$) は (*) を満たさないことを示せ。

問3 問2 の曲線は次の条件 (*)' を満たすことを示せ。

(*)' 任意の鈍角三角形 $\triangle PQR$ に対し、 γ 上に適当な 3 点 A, B, C をとると $\triangle PQR \sim \triangle ABC$ となる。

II

(25点)

a を正の実数とし、直線 $l_a: y = ax$ と曲線 $C: y = e^x$ を考える。このとき以下の問に答えよ。

問1 次の不等式を示せ (ただし n は自然数)。

$$e^x \geq 1 + \sum_{k=1}^n \frac{x^k}{k!} \quad (x \geq 0)$$

問2 l_a と C がちょうど2点で交わるような a の範囲を求めよ。

問3 a が問2の範囲にあるとき、2つの交点の x 座標をそれぞれ $x_1(a)$, $x_2(a)$ とする (ただし $x_1(a) < x_2(a)$)。また l_a と C で囲まれる図形の面積を $S(a)$ とする。さらに C と2直線 $x = x_1(a)$, $x = x_2(a)$, それに x 軸とで囲まれる図形の面積を $T(a)$ とする。このとき

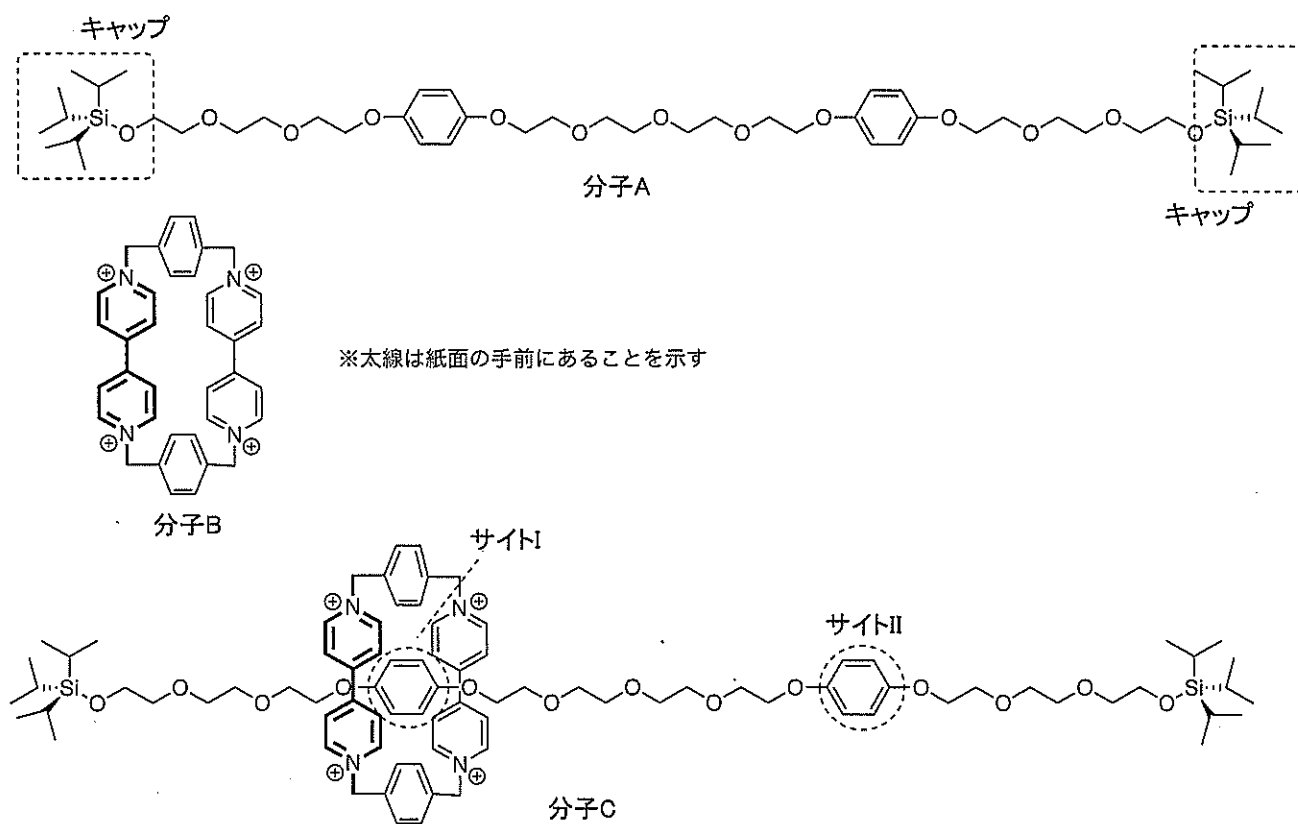
$$\lim_{a \rightarrow \infty} \frac{1}{\log a} \cdot \frac{S(a)}{T(a)}$$

を求めよ。

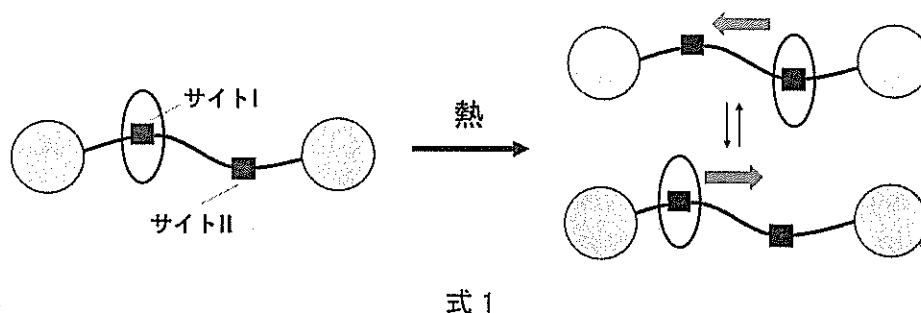
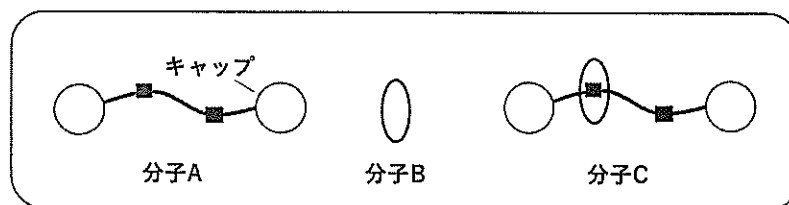
III 下の文章を読んで問1～5に答えよ。

(25点)

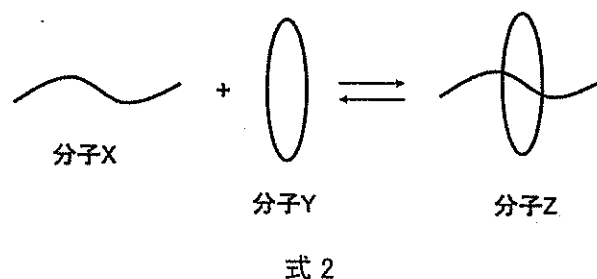
2016年のノーベル化学賞は「分子マシンの設計と合成」に与えられた。 1×10^{-9} m という大きさで機械のような動きを実現するための基礎的な研究であり，将来的に医療やナノテクノロジーの分野での発展が期待される。この分子マシンの研究の中で「ロタキサン」について取り上げる。ロタキサンではピストン運動を分子で実現している。ロタキサンを用いた分子マシンについては，例えば受賞者の一人である Stoddart らによって報告された，下記の図1に示すような化合物が知られている。



ロタキサンの一種である分子Cは，ひも状の分子Aが環状の分子Bの中を通った構造をしている。分子Bは低温では分子AのサイトIまたはサイトIIのいずれかに留まっている。これに熱を加えると，分子BがサイトIとサイトIIの間を行ったり来たりするようになる。このとき，分子Cが分子Aと分子Bに分離することを完全に防ぐため，図1に示す例のように分子Aの両端は分子Bが通り抜けられないような大きな構造をもつ部位「キャップ」で塞がれている。このように，分子Bが分子A上の特定の位置を行ったり来たりすることでピストンのような動きが生み出される。これを模式的に示すと式1のようになる。



この原理について、以下の式 2 に示したような、もう少し簡単なモデルを用いて説明してみよう。ロタキサンは、ひも状の分子が環状の分子の輪の中に入った構造をしている。この構造を形成するには、キャップをもたないひも状の分子 X を環状の分子 Y に通す必要がある。分子 X と分子 Y から分子 Z が形成する式は以下のように表される。

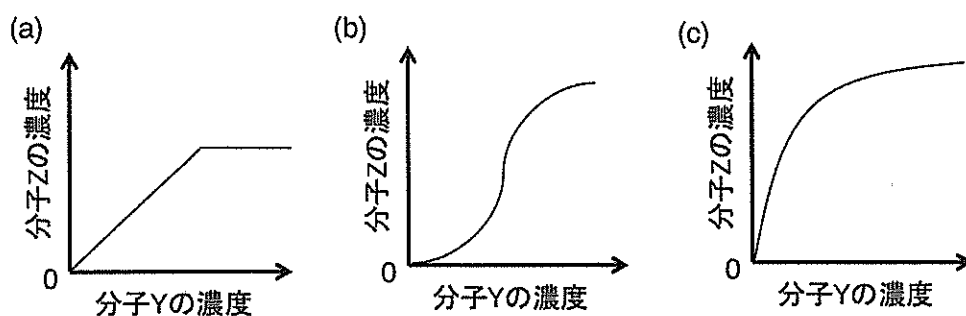


しかし通常、分子 X は分子 Y に自発的に通らない。そのため、分子 Z を形成するには、分子 X と分子 Y の間に互いを引きつける相互作用をもたせるなど、何らかの仕掛けが必要となる。例えば、図 1 で示した例では、正電荷をもつ分子 B が負電荷をもつ電子の豊富なサイト I およびサイト II に引きつけられるという相互作用を利用している。①このような相互作用がある場合、式 2 に示されるように、分子 X と分子 Y が混ざると分子 Z が形成される一方で、形成された分子 Z も分子 X と分子 Y に分離するというような平衡状態となる。さらに、前に述べたように、ロタキサンを用いた分子マシンでは、ひも状の分子上の特定のサイトを環状の分子が行ったり来たりする動きを用いている。例えば、図 1 に示した例では、熱を加えることによって、分子 B をサイト I からサイト II に移動させる仕掛けを用いている。②この場合、サイト I に引きつけられていた分子 B が、熱を加えられることによって分子 B がサイト I から離れる十分なエネルギーを得ることが駆動力となっている。受賞者の一人、Stoddart はこれらの仕掛けを両立する仕組みを作ることに成功した。

問1 下線部①について、分子Xと分子Yを混ぜて、分子Zが形成されることを調べるために以下の実験を行った。

- (1) ある一定の濃度の分子Xの溶液と分子Yの溶液を用意した。
- (2) 分子Xの溶液に分子Yの溶液をごく少量ずつ滴下し、観測されるある測定値の変化を測定した。
- (3) (2)で得られた測定値の変化から、分子Zの濃度を算出した。
- (4) 算出した分子Zの濃度 (mol/L) と、滴下した分子Yがそのまま残っているとして算出した濃度 (mol/L) の関係をグラフにした。

分子Zが形成される場合、このグラフは以下に示す(a)~(c)のうちいずれの形になるか。最も適切なものを選択し、その理由を説明せよ。



問2 分子Xと分子Yの間の引きつける相互作用が問1の場合と比べて大きい場合、グラフは問1と比較してどのように変化するか。そのように判断した理由とともに、説明せよ。ただし、他の実験条件は問1の場合と同じとする。

問3 分子Xが分子Yを通して分子Zが形成される場合と異なり、式1の場合では、分子Bは、分子Bより大きいキャップのついている分子Aにはそのままでは通らない。そのため、分子Aと分子Bから分子Cを生成するには何らかの手順を踏む必要がある。分子Bと分子A上の全ての結合は自由に切断・結合できるとして、分子Aと分子Bから分子Cを生成する最も効率的（操作がより少ない、分子Cの生成量が多い）と思われる手順を式1で示したような模式図を用いて一つ提案し、それがより効率的である理由を説明せよ。

問4 下線部②について、従来引きつけ合っていたものが熱などの刺激によって分離するような仕掛けをスイッチングと呼ぶ。このような仕掛けは他にどのようなものが考えられるか。熱以外を利用した化学的な手法を用いた仕掛けの例を一つ示し、それを用いるとスイッチングを起こすメカニズムについて説明せよ。

問5 分子マシンはピストンのような動きをするロタキサンに加え、回転運動をする分子モーターなどが開発されている。機械の動きを分子のサイズで実現することによって、どのような利点が考えられるか。期待される具体的な応用例を一つ示すとともに、説明せよ。

IV 気体に関する以下の問1～4に答えよ。必要であれば図を用いてもよい。(25点)

- 問1 窒素などの気体では、常温において、その体積と加えられた圧力の積がほぼ一定となることが知られている。この関係を確認する実験の具体的な方法を提案せよ。大気圧の値を考慮し、提案する実験の方法に即して、どのような実験データが得られると予想されるかも記述せよ。
- 問2 気体の体積と圧力の積が一定となる法則は、限られた状況でのみ成り立つと考えられる。どのような場合にこの法則が成り立たなくなるだろうか。理由とともに述べよ。
- 問3 大気圧が存在することによって生じる身近な現象の例を2つ挙げよ。
- 問4 近年、太陽系から遠く離れた場所にある惑星（系外惑星とよぶ）が数多く発見されている。このような系外惑星に大気が存在する観測結果も報告されている。ある系外惑星が大気をもつとして、その大気圧は、地球と比較して高い場合もあれば、低い場合もあるだろう。大気が存在する条件を挙げつつ、この系外惑星における大気圧の高低を論じよ。

問題訂正 (総合人間学部 理系総合問題)

理系総合問題 問題冊子
3 ページ 問題 III

図 1: 分子 A の図

