

平成29年度京都大学一般入試における物理問題 III (4) の解説

問題

次の文章は、物理問題 III(4) を解くために必要な情報を問題文から抜粋し、再構成したものである。

図1のように y 軸の負の向きに速さ U で動いている車 S に搭載された音源から全方位に音波（振動数 f ）が発せられている状況を考える。空気中の音速を c とする。車 S が A の位置にあるときに発せられた音波は、壁 M で反射し再び車 S に戻る。このとき、車 S は B の位置に移動している。ここで、入射角および反射角は

$$\sin \theta = \frac{U}{c}$$

を満たす。車 S の運転手は、戻ってきた音波（以下では、反射波と呼ぶ）とともに、音源が直接発する音波（以下では、直接波と呼ぶ）も聞くことになる。車 S と壁 M の距離 L を少しずつ変化させた実験を繰り返したとき、これら2つの音波は干渉して、強め合ったり弱め合ったりする。音波が弱め合うときの距離 L を求めたい。ここで、運転手と車 S の音源の間の距離は無視し、壁 M での空気中の音波の反射条件は固定端反射とみなすものとする。

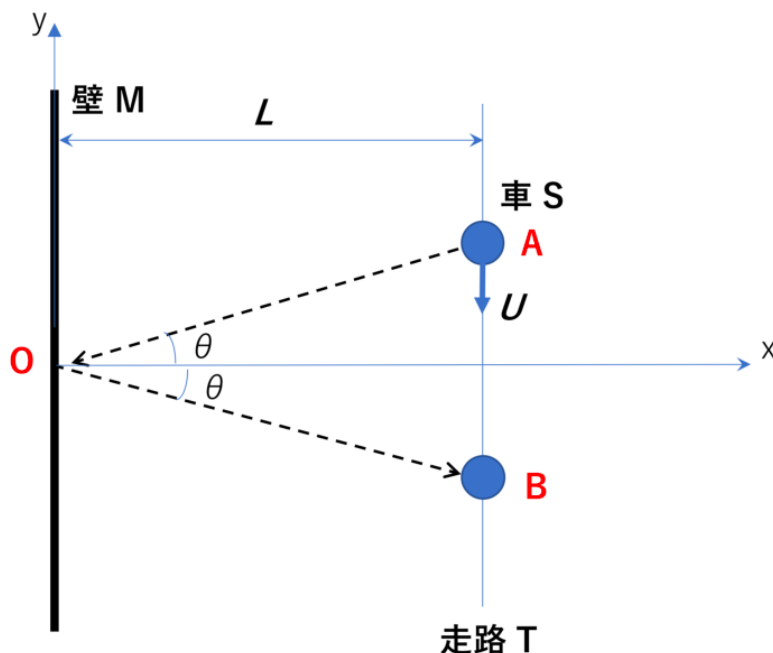


図1: 物理問題 III (4) の問題設定

以下では、まず本問題における基本事項である、音波、音源、壁での反射、観測する量、観測する位置について検討したのちに、問題を解説する。

基本事項

音波

高校の物理の教科書では、太鼓を叩いたときに生じる音などを例題にして音波の導入をする。太鼓の膜の振動によって、空気の圧力変化と空気の動きが生じ、それらが互いに影響を及ぼし合いながら波として空間を伝わってゆく。したがって、音波を考えるときには、二種類の変化（振動）を考える必要がある。第一の変化は、圧力の変化あるいは密度（粗密）の変化であり、これらはスカラー量である。第二の変化は、ある部分の空気のかたまりの位置の変化（変位）、あるいはその時間微分に対応する速度¹であり、これらはベクトル量で、その向きは波の進む向きと一致するか、反対向きになっている。この変位の振動方向が波の進行方向と平行なので、高校の物理の教科書では音を縦波として扱っている。しかし、圧力変化はスカラー量なのでベクトル量のような向きはないことに注意する必要がある。

音源

本問題における音源は、「全方位に」という表現でも示されているように、等方的な音波を出す点波源を想定している。図2に音波の圧力変化の様子(a)と変位の様子(b)を模式的に示す。この図からわかるように、圧力変化は方向に依らない。それに対し、変位（ベクトル）は点波源から放射状になっており、その向きは点波源の周りで360°変化している。しかし、変位の正の向きを波源から外向きに定めれば、方向に依らない。

一般に、箱に収められていないスピーカーユニットや音叉などのような、より複雑な波源²の場合は、特徴的な方向依存性が現れる。従って、そのような音源を扱う問題の場合はその性質が明記されるであろう。ここでは示されていないので、等方的な音波を出す点波源を想定するのが自然である。

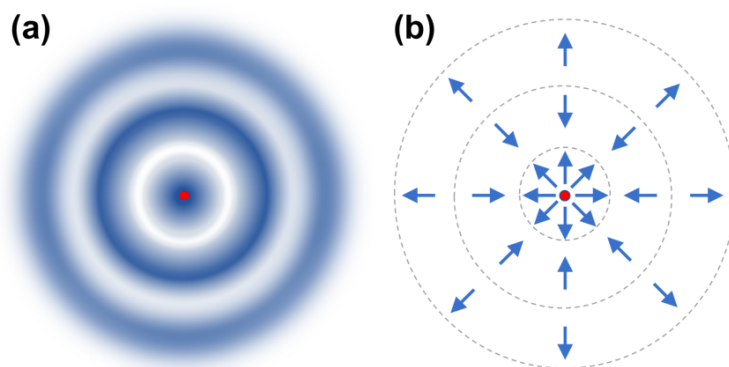


図 2: 等方的な音波を出す点波源（概念図）(a) 圧力変化, (b) 変位

¹これは空気が振動する速度であり、音波の速度とは別のものである。

²二重極波源や四重極波源などとして記述される。

壁での反射について

本問題では、音波の壁における反射は固定端反射と限定している。高校の物理の教科書によると、固定端という言葉は、一般に変位をゼロに固定する境界として与えられている。そして、音波に対する境界も同様な扱いがされている。典型的な例題が、気柱内にできる定常波であり、各教科書で図説されている。具体的には、音波が硬い壁で反射されるとき、媒質粒子の変位は符号を変える（位相が π 変化する）ので、入射音波と反射音波の合成変位は0になる。すなわち境界は定常波における節となる。これが固定端反射とよばれるものである。一方、境界で圧力（密度）変化は定常波における腹となっていることも示されている。すなわち、音波が固体壁で反射されるとき、圧力（密度）変化の波の位相は変化しない。

観測する量について

音波は二種類の変化（圧力変化と変位）が互いに影響を及ぼし合いながら、空間を伝わってゆく波なので、その観測も圧力変化を検出する方法と変位を検出する方法に分類することができる。ヒトの聴覚系は耳の鼓膜で圧力変化を検出していることが知られている。これは、鼓膜の後ろが閉鎖されている構造を持つことに起因している。また、多くのマイクロフォンも後ろが閉鎖された構造を持ち、圧力変化を検出している。しかし、マイクロフォンには、変位（速度）を検出するタイプのものも存在する。このようなマイクロフォンは耳とは異なり、後方が開放された構造をもっている。

本問題においては、「運転手が音を聞く」という動作が記述されている。従って、耳の動作原理を理解している解答者が、「音波の強弱は圧力変化の大小を意味している」と考えることは自然である。ただし、問題文にある「音波は強め合ったり弱めあったり」という表現だけでは、圧力変化あるいは変位のいずれの強弱を指しているかは不明瞭である。

観測者の位置について

問題では、音源と観測者は同一地点、より正確に言えば、波長にくらべて隔たりが十分に小さいことを想定している。図3に音源近傍での音波の様子を示す。観測者は点線の枠の中にいて、その中であればどこでも反射波の振動の位相は同じである。

反射波と直接波の干渉効果を圧力変化で観測した場合は、壁で反射してきた反射波の圧力変化の振動の位相と、音源付近の直接波の圧力変化の振動の位相を比較することになる。この場合は、図3(a)からわかるように、観測者（運転手）と音源の相対位置は関係ない。観測者がPにしようが、Qにしようが同じ位相差の干渉効果を与える。

一方、反射波と直接波の干渉効果を変位で観測した場合は、壁で反射してきた反射波の変位の振動の位相と音源付近の直接波の変位の振動の位相を比較することになる。図3(b)に示すように、波源からの直接波の変位の振動方向は、波源の近くであっても、観測点と波源の位置関係によって変わる。観測点が壁側（P）の場合と、逆側（Q）にあるときでは位相が逆であり、一方が強め合う干渉の場合は他方は弱め合う干渉となる。

以上を踏まえて、本問題の解法を説明する。

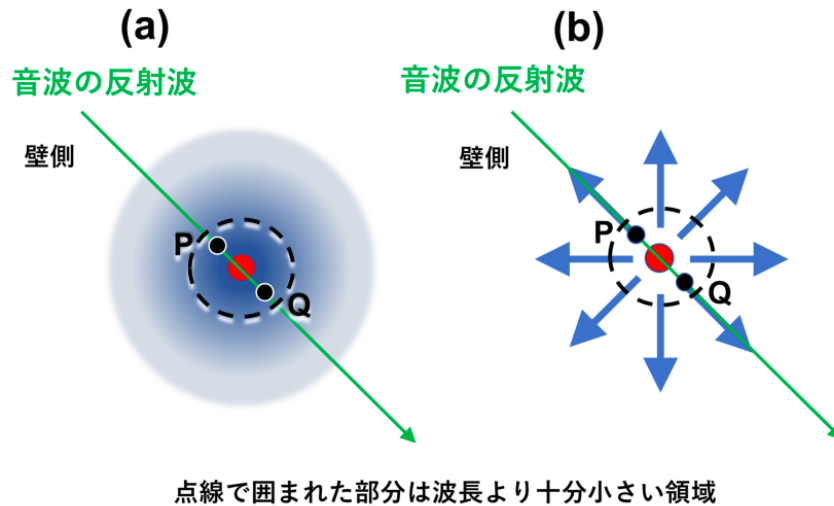


図 3: 点音源近傍での音波: (a) 圧力変化、(b) 変位

本問題の解法

まず、壁での反射の様子を考える。車から発せられた音波は、密度の疎密（圧力の高低）、および、変位の大きさを伴いながら伝搬していく。ここで、変位は空気のかたまりの位置の移動量なので、ベクトルであらわしている。図 4 に、音波の 1 周期分の様子を取り出して、壁に反射する前と後でどのように変化するかを示した。この図の場合、前方と後方に密な場所、真ん中に疎な場所がある。この音波が壁で反射されるとき、固定端反射なので、変位の壁に垂直な成分は反射で符号を変える。壁に平行な成分は反射されないで値を変えない。従って、反射によって、ベクトル \vec{S} で表した変位は、ベクトル \vec{S}' で表した変位になる。これを反射する前の空間の 1 点 C と反射した後の空間の 1 点 D で時間変化として観測すると、 C では最初左向きの変位がきて、後に右向きの変位がくるのに対して、 D ではその逆になっていることがわかる。すなわち変位の波は反射によって位相が π だけずれる。しかし、この反射によって、前方の高密（高圧）な部分は、そのまま高密（高圧）な部分になり、真ん中の疎な（低圧）部分はそのまます疎な（低圧）部分になっている。従って、密度や圧力の波は反射によって位相が変わることはない。

干渉の条件は、図 1 において、 $A \rightarrow O \rightarrow B$ の経路で伝わる反射波と直接波の位相差で書ける。この位相差を求めるのが問題の核心である。車 S が A から B に移動するのに要する時間を t とする。ある時刻で A で発せられた音波が B に到着するとき、 B における音源の音波（直接波）の位相は $2\pi ft$ だけ進み、反射波の位相は壁での反射の影響だけ受ける。従って、両者の位相差 $\Delta\phi$ は

$$\Delta\phi = 2\pi ft - (\text{壁での反射での位相変化}) \quad (1)$$

で与えられる。ここで、移動にかかる時間 t は

$$t = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - U^2}} \quad (2)$$

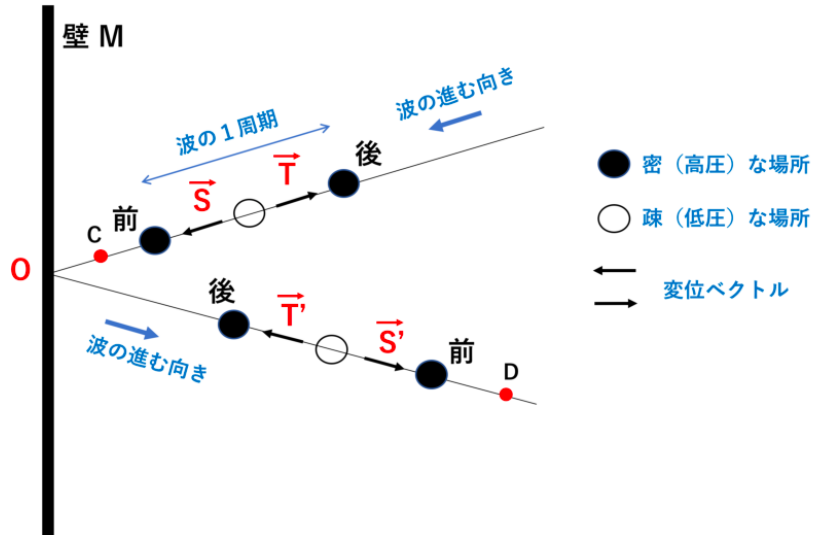


図 4: 音波の反射の概念図

と計算される。

運転手が音波を圧力変化で観測している場合（耳で聞いている場合）は、干渉効果を圧力変化で考えると良い。壁での反射による位相変化は0であり、「観測者の位置について」の項で説明したように、直接波の位相は音源の周りで場所によらない。反射波と直接波が弱め合う条件は $\Delta\phi = \pi(2n + 1)$ と与えられる。ここで $n = 0, 1, 2, \dots$ である。これから、

$$L = \frac{c}{2f} \sqrt{1 - \left(\frac{U}{c}\right)^2} \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (3)$$

が得られる。

運転手が変位を観測している場合

運転手が音波を変位で観測している場合も考えてみよう。干渉効果を変位で考えることにする。壁での反射による位相変化は π である。圧力変化の場合との大きな違いは、直接波の変位の向きが音源の周りで放射状になっていることである。この効果を式(1)に加える必要がある。ここでは、最も簡単な2つの場合を考える。

運転手が音源の壁側（図3 (b) の P）で音波の干渉を観測しているとする、直接波の位相に付加的な効果を考える必要はない。壁での反射による位相変化 π を考慮し、反射波と直接波が弱め合う条件 $\Delta\phi = \pi(2n + 1)$ を適用すると、

$$L = \frac{c}{2f} \sqrt{1 - \left(\frac{U}{c}\right)^2} (n + 1) \quad (4)$$

が得られる。ここで $n = 0, 1, 2, \dots$ である。

ところが、音源に対して壁の反対側（図3 (b) の **Q**）で運転者が音波の干渉を観測しているとする、直接波の変位の位相は **P** の場合と π だけ異なっている。したがって、上とは異なる結果

$$L = \frac{c}{2f} \sqrt{1 - \left(\frac{U}{c}\right)^2} \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad (5)$$

が導かれる。

このように、運転手が音波を変位で観測している場合は、音源との相対位置に依存した解が得られる。

まとめ

音波に関する問題を考える際には、媒質である空気の圧力変化と変位の振動が互いに影響を及ぼし合いながら空間を伝わることを正しく認識する必要がある。

等方的な波を出す点音源を考え、観測者が音源の近くで圧力変化を観測する場合は、観測者と音源の位置関係によらず、一意的に干渉条件が導かれる。一方、変位として音波を観測する場合、観測者と音源の位置関係を特定しない限り問題が不定になる。

高校の物理の教科書では、壁での音波の反射を変位で議論することが多い。これにつられて、検出装置を考えないまま音波の観測は変位の観測によるものだと安易に決めつけてしまう可能性がある。そのため、音の干渉を扱う問題では、音波の検知方法に関する注意深い記述が必要である。

本問題においては、「運転手が音を聞く」という観測動作が記述されている。耳が変位を検知していると仮定すると、固定端である壁に近づくと、音は聞こえなくなるはずである。経験上そういった現象は観測されないので、変位を観測しているとは考えにくい。しかし、耳が圧力を検知していることを前提知識としないのであれば、問題文の「音波は強め合ったり弱めあったり」の意味を明らかにするために、音波の検知方法を明記する必要がある。