

# 株式市場での注文流の長期記憶性の起源説明

## —18 年来の理論的予言をデータ解析で実証—

### 概要

京都大学大学院理学研究科の佐藤優輝（大学院生）と金澤輝代士准教授は、金融市場における成行注文流の長期記憶性と、その微視的起源をデータ解析によって明らかにしました。また、当該分野で 18 年間未検証だった理論的予言を実証しました。

株式市場では多数の株が売り買いされますが、価格を指定しない即座に売買を行う注文を「成行注文」と言います。株式市場での将来価格の予測は困難な一方で、成行注文の流れは非常に長期に渡って予測可能であることが経験的に知られています。では、この現象は何故生じているのでしょうか？現在の学説では「機関投資家が、大口注文をゆっくり分割発注しているからだ」と言われています。2005 年、この分割発注仮説に基づいた数理モデルが 3 名の物理学者 Lillo、Mike、Farmer によって提案されました。彼らは数理モデルに基づき、成行注文流の長期記憶性の強さを定量的に予言する公式を提案しました。しかし、本予言を検証するためのデータ解析は容易でなく、未解決でした。

京都大学の研究グループは東京証券取引所のマイクロデータを分析、注文分割仮説を詳細に検証することで、LMF 等の理論的予言を実証しました。本研究は、例えば市場流動性を新たな角度から捉えるなど、市場運営に有用な知見を創出する可能性がある成果です。

本研究成果は 11 月 8 日に米科学誌「*Physical Review Letters*（電子版）」に掲載されました。

### 長期記憶性：同じ種類の注文が連続して観測される現象

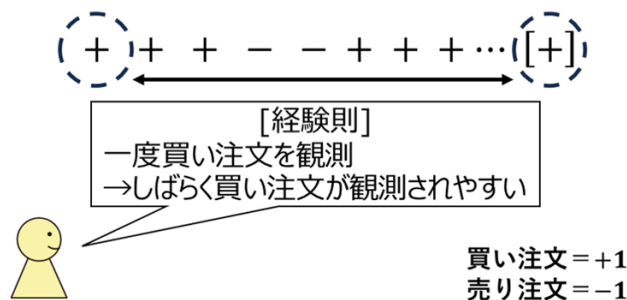


図 1：株式市場で遍く観測される『成行注文の長期記憶性』。買いの成行注文を+1、売りの成り行き注文を-1 で符号化すると、売買の符号時系列には弱い予測可能性があり、同じ種類の符号が長期に渡って少し観測されやすい。学説では、機関投資家が分割発注を行っているからだと言われている。

## 1. 背景

株式市場では毎日のように多数の株が売買され、価格が時々刻々と形成されています。この価格を精密に予測することは非常に困難です。しかし、株式市場で起こるすべての現象が予測不可能と言うわけではありません。そこで本研究では、「成行注文（注1）の流れの長期記憶性」と呼ばれる予測可能なことが知られている現象に焦点を当て、その微視的起源を解明しました。

株式市場において、即座に売買を行う注文を「成行注文」と言います。例えば、買いが3回続く時は、買いの成行注文が3回連続で行われています。このような「成行注文の流れ」には長期に渡って弱い予測可能性があることが知られています。具体的には、一度買い成行注文を観測すると、将来も買いの成行注文が少し観測されやすい傾向があります（売り成行注文も同様です）。この経験則自体は価格予測には使えませんが、「成行注文の長期記憶性」と呼ばれており、様々な金融市場で遍く観測されることが知られています。

この成行注文の長期記憶性の強さを定量化することもできます。まず、買い成行注文を+1、売り成行注文を-1として符号化することにします（例えば、時系列 {+1, +1, +1, -1, +1} は3回連続の買い、1回の売り、1回の買いの成行注文が順に発生した事を意味する）。この符号の自己相関関数（注2）は非常にゆっくり減衰し、ベキ則（注3）に従うことが知られています。そのベキ指数を測定する事で、長期記憶性の強さを定量化することが出来ます。

では、なぜ成行注文の長期記憶性は生じるのでしょうか？この現象の微視的な起源は何でしょうか？この疑問に答えとして有力な学説が「注文分割仮説」です。この注文分割仮説によれば、機関投資家の実務的な注文行動が長期記憶性を理解する上でのカギとなります。機関投資家は、ゆっくり時間をかけて大口注文を分割発注（注4）することがあり、この注文分割行動を仮定すると成行注文の長期記憶性が説明できます。例えば、ある機関投資家が1000回連続、買い注文を1週間かけて分割発注すると、分割発注を行っている機関では、ほんの少しですが買い注文の観測確率が上がることが見込まれます。

2005年、注文分割仮説を元とした数理モデルを、3人の物理学者 Lillo、Mike、Farmer が提案しました。この理論によると、『長期記憶性の強さであるベキ指数』は、『機関投資家の注文分割回数』と直接関係することが予言されます（注5）。つまりこの予言が正しいかどうかを実データから調べることで、注文分割仮説の真偽がわかると考えられます。

しかし、この仮説を検証するためには学術的には大きな問題がありました。それは機関投資家の行動を直接的に分析出来るマイクロデータが必要になることです。更に、ベキ指数を精密に推定するためには非常に大きなデータセットが必要です。そのような大規模マイクロデータを解析することは容易ではなく、本問題は18年経つ今も未解決であり続けていました。

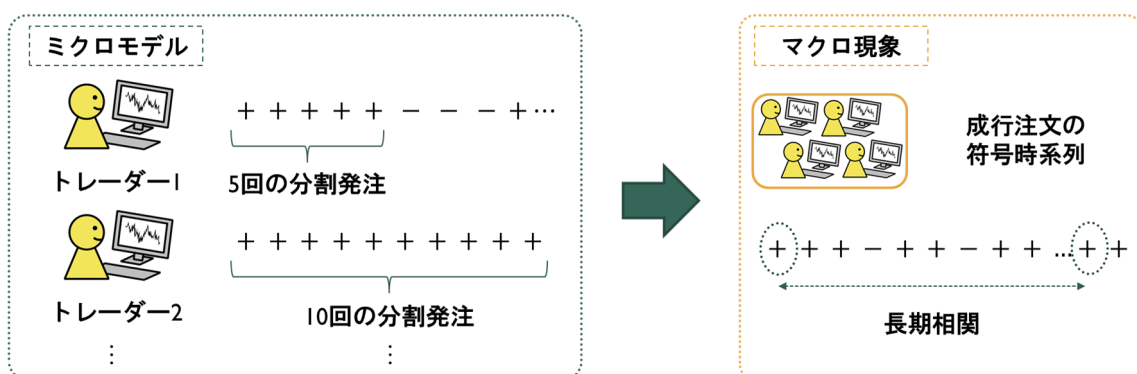


図 2 : Lillo-Mike-Farmer の理論モデルのイメージ図。注文分割を行うトレーダーが複数名存在するとき、成行注文の符号時系列は長期記憶性を持つ。特に、『分割発注の回数の多さ』が『成行注文流の長期記憶性の強さ』が直接関係することを定量的に予言した。

## 2. 研究手法・成果

そこで京都大学の研究グループ（理学研究科の金澤輝代士准教授、同博士課程学生の佐藤優輝）は本問題に取り組み、肯定的な形で解決することが出来ました。特に、株式会社日本取引所グループに東京証券取引所でのマイクロデータを提供して頂き、分析を行うことで問題を解決しました。

日本取引所グループに提供して頂いたマイクロデータとは、東京証券取引所におけるハッシュ化済みの板再現データです。本データには 2012 年から 2020 年までの全株式銘柄についての注文流が記載されています。また、本データには東京証券取引所における、実質的な取引アカウントの単位である仮想サーバーID（注6）が含まれています。1 人のトレーダーは複数の仮想サーバーID を持つことが出来るため、仮想サーバーID とトレーダーID は同じ概念ではありませんが、仮想サーバーID を適切に集約化し、実質的なトレーダーID を付与することで、トレーダーの個人レベルの取引行動を実質的にかなりの精度で追跡調査を行うことが出来ます。

本研究ではこのデータを活用することでトレーダーの成行注文の取引行動を精密に観測し、統計分析を行いました。まず、トレーダーの成行注文の取引行動に関して戦略クラスタリングを行い、注文分割を行っている機関投資家を特定しました。更に、注文分割を行う機関投資家の注文分割の回数を計測することで、「機関投資家の注文分割回数の多さ」を定量化しました。また、その結果を踏まえた上で、成行注文流の長期記憶性の強さ（ベキ指数）が Lillo-Mike-Farmer の理論と整合するかどうかを検証しました。結果、理論的予言が正しく成立していることが確認されました。つまり、本研究によって 18 年来の理論的予言が、ついに検証されました。

## 3. 波及効果、今後の予定

最後に本研究から得られる示唆について議論します。機関投資家が注文分割を行う実務的な理由とは、機関投資家が潜在的に捌きたい注文量に対して、市場の流動性が不足しているからだと言われています。本研究によって、成行注文流の長期記憶性の強さを調べることで、逆算的に機関投資家の注文分割回数の多さが推定できることがわかりました。つまり、成行注文流の長期記憶性の強さは、新たな観点から市場の流動性を定量化していることを意味します。今後は、この新たな流動性指標の実用化に向けて、価格変動の激しさなどの既存の流動性指標との関係について分析したいと考えています。

また、昨今の金融市場では自動で取引を行うアルゴリズム取引者が増えており、アルゴリズム取引が市場にどのような影響を与えるかについて関心もたれています。今後はアルゴリズム取引者の注文分割行動が、市場での価格形成にどのような影響を与えていくのかは定量的に分析したいと考えています。

## 4. 研究プロジェクトについて

金澤輝代士は JST さきがけ (No. JPMJPR20M2)、JSPS 科研費 (21H01560, 22H01141)、JSPS Core-to-Core Program (No. JPJSCCA20200001) の援助を受けています。

佐藤優輝は JST 次世代研究者挑戦的研究プログラム (No. JPMJSP211) の支援を受けています。

本研究に使用したデータは株式会社日本取引所グループから提供して頂きました。本研究について、論文草稿執筆を含め、日本取引所グループの方々から貴重なご意見を頂きました。ここで感謝させていただきます。



### <用語解説>

1. 成行注文：株式市場において、即座に売買を行う注文。例えば、買いの成行注文は即座に当該銘柄の株式を購入することを意味し、売りの成行注文は逆に売却することを意味する。
2. 自己相関関数：時刻 $t$ における成行注文の符号を $\epsilon_t$ と記述するとき、自己相関関数は $C_\tau := E[\epsilon_t \epsilon_{t+\tau}]$ によって定義される。但し、 $E$ は期待値を表す記号である。もし完全に予測不可能であれば、 $C_\tau = 0$  ( $\tau > 0$ )になるが、実際は非ゼロであり、成行注文の符号に関しては長期の予測可能性がある。
3. ベキ則：今回の場合は、 $C_\tau \propto \tau^{-\gamma}$  ( $0 < \gamma < 1$ )となることを意味する。また、 $\gamma$ をベキ指数と呼ぶ。一般的にこの減衰速度は非常に遅いと解釈される。自然現象・社会現象の多くで観測される。
4. 分割発注：機関投資家は時として非常に多くの売買を行う時がある。しかし、即座に売買を執行すると取引価格が大きく変化してしまうリスクが高く、このリスクを下げるために機関投資家はゆっくりと分割発注することが行われている。
5. Lillo-Mike-Farmer の理論：彼らの理論的予言を整理すると以下のようなになる。機関投資家の注文分割回数 $L$ の分布がベキ分布 $p(L) \propto L^{-\alpha-1}$ に従うと仮定する。この時、成行注文の符号自己相関関数 $C_\tau \propto \tau^{-\gamma}$ のベキ指数 $\gamma$ は $\gamma = \alpha - 1$ に従うと予言した。本研究ではこの関係式を定量的に検証した。
6. 仮想サーバーID：東京証券取引所の取引アカウントの単位の一つ。トレーダーは一人で複数の仮想サーバーIDを持つことが出来るため、仮想サーバーIDは厳密にはトレーダーIDとは異なる概念です。ですが、仮想サーバーIDを適切に集約化することで、実質的なトレーダーIDを付与することができます。

### <論文タイトルと著者>

タイトル：Inferring microscopic financial information from the long memory in market-order flow:

A quantitative test of the Lillo-Mike-Farmer model

成行注文流の長期記憶性から金融市場の微視的情報を推定：Lillo-Mike-Farmer モデルの定量検証

著者：佐藤優輝、金澤輝代士

掲載誌：*Physical Review Letters*

DOI：10.1103/PhysRevLett.131.197401

※上記のレター論文に加えて、フルペーパーが *Physical Review Research* から同時出版予定です。

タイトル：Quantitative statistical analysis of order-splitting behavior of individual trading accounts in the Japanese stock market over nine years

日本株式市場における個々のトレーディングアカウントに対する注文分割行動の9年に渡る定量的統計分析

著者：佐藤優輝、金澤輝代士

掲載誌：*Physical Review Research*

DOI：10.1103/PhysRevResearch.5.043131