

# 情報量は宇宙トンネルの断面積

## —マイクロな情報量を計算する幾何学的公式の発見—

### 概要

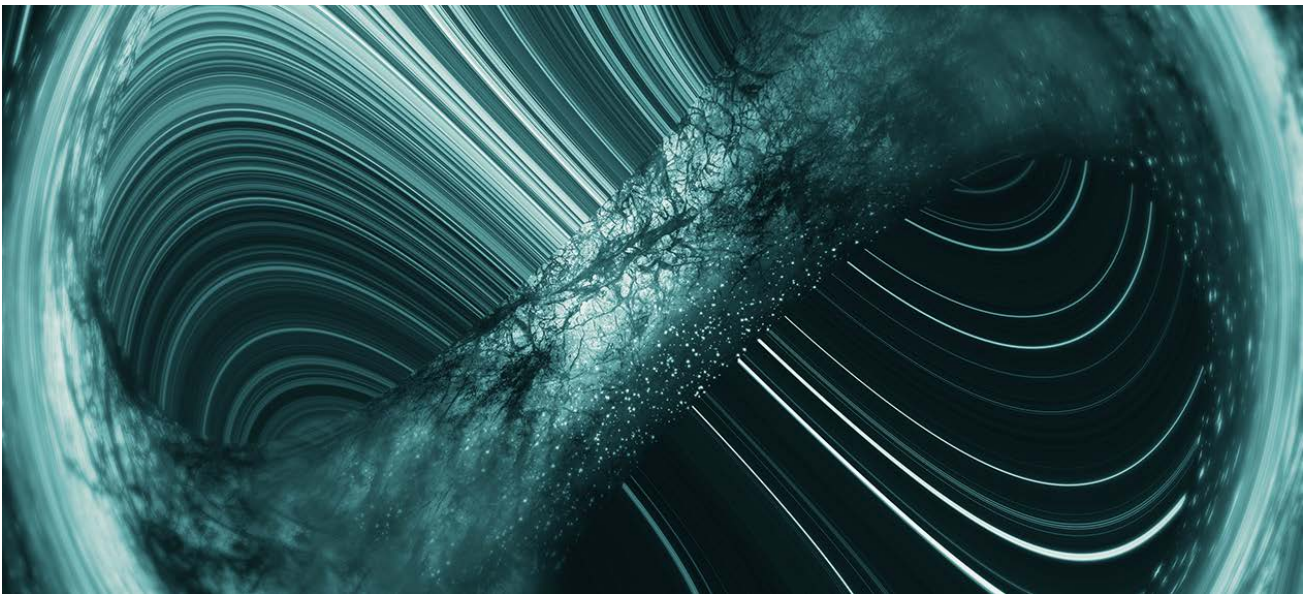
京都大学基礎物理学研究所 梅本滉嗣 修士課程学生と高柳匡 同教授は、量子ビットの「Entanglement of Purification」（純粋化量子もつれ）と呼ばれる情報量を計算する新しい幾何学的公式を発見しました。

マイクロな世界を支配する物理法則は量子論と呼ばれており、また物質のマイクロな構造のなかに含まれる情報の基本単位を量子ビットと呼びます。そして、重力の理論（万有引力、一般相対性理論）と量子論を融合して、宇宙の統一理論の構築を目指す分野が超弦理論です。この分野では最近、「重力理論における宇宙は、量子ビットの集合体と見なせる」という新しい考え方が多くの研究者によって支持され、活発に研究されています。

この考え方にいたる契機となったのが、2006年に発見された笠一高柳公式です。これは「物体 A と物体 B の二つの間に共有される量子ビットの情報量（相関）は、物体に対応する宇宙の最小断面積に等しい」という内容です。しかし、この公式で正しく情報量が計算できるのは、A と B 以外には物体が存在しない場合（純粋状態）に限られるという制限がありました。

今回の研究では、A と B 以外にも熱浴などの物体が存在する場合（混合状態）に対しても適用できる、大幅に一般化された公式を発見しました。それは「A と B の間に共有される量子ビットの情報量（相関）は、A と B をつなぐトンネルの最小断面積に等しい」という内容です。この公式は、量子ビットの理論と重力理論をつなぐ新しい道具を提供し、超弦理論のさらなる理解に役立つと期待されます。

本研究成果は、2018年3月26日に国際学術誌「Nature Physics」にオンライン掲載されました。



(C) GiroScience - stock.adobe.com

### 1. 背景

自然界に存在する重力以外の力（電磁気力や核力）は、量子論によってマイクロな立場で既に理解されています。しかし、重力に関するマイクロな物理法則は、現在でも完全には理解されていません。この重力の量子化と呼ばれる問題は、例えば我々の宇宙がどのように誕生したかを最終的に理解するためにも必要不可欠な、現代

の物理学における重要課題の一つです。

この問題の解決を目標とする超弦理論と呼ばれる分野では、「ゲージ重力対応」という重要な考え方が 1997 年に Juan Maldacena によって発見されました。この対応は、「D 次元の反ドジッター宇宙の重力の物理法則は、実は D-1 次元の物質の物理法則と同じである」ことを意味します。ここで反ドジッター宇宙とは、宇宙定数（ダークエネルギー）が負の宇宙のことです。このゲージ重力対応を用いることで、重力の量子化に関する難しい問題を、比較的 understanding の進んでいる物質の問題に原理的には焼き直すことができます。しかしながら、2 つの物理法則が同じであるという膨大な数の具体的な証拠がある一方で、このゲージ重力対応の基礎的なメカニズムは未だに理解されてはいません。

この問題に本質的な進展をもたらした発見が、笠真生と本研究の著者の一人である高柳が 2006 年に発見した「ゲージ重力対応における量子もつれエントロピーの面積公式（笠-高柳公式とも呼ばれる）」です。その内容は、「物質の量子もつれエントロピーの大きさは、反ドジッター宇宙の最小断面積と等しい」というものです。ここで「量子もつれ (Quantum Entanglement)」とは、A と B の 2 つの物体の間でそれぞれの量子ビットの情報が複雑に絡み合う現象のことです。これは A と B が量子的な情報を「共有」している（つまり、A と B の間に相関がある）ことを意味します。例えばアリス (A) とボブ (B) が色のついたボールをそれぞれ一個ずつ持っている場合、両者のボールの色を常に一致するように揃えた状況が、2 人が情報を共有している典型例となります。何故なら、色を揃えるには互いに相手の色を知っておく必要があるからです。

また、その共有されている情報量の大きさを表すのが、「量子もつれエントロピー (Entanglement Entropy)」です。このエントロピーの値が大きいほど、A と B の間には強い相関があることを意味します。前述の公式は、宇宙の幾何学的な構造が、物質の量子もつれの構造に直接対応していることを示しました。そしてこれは、「重力理論の宇宙は、量子ビットの集合体と見なせる」という新しい描像につながりました。この考え方は、サイモンズ財団の研究助成金の課題名となった「It from Qubit」というスローガンのもとで世界中で活発に研究されています。

前述の公式は、二つの物体 A と B 以外には物体は存在しない場合（純粋状態）に限って、情報量を正しく計算することができます。しかし、一般的には、A と B が熱浴に接する有限温度状態のように、A と B 以外にも第三者が存在する場合（混合状態）も考慮する必要があります。そこで今回の研究ではこのように一般的な状況で、量子的な情報量と宇宙の幾何学の関係を見出しました。

## 2. 研究手法・成果

反ドジッター宇宙の境界に A と B の空間領域をとると、A と B をつなぐトンネルを反ドジッター宇宙の内部に作るすることができます（概要の図参照）。そのようなトンネルのうち、トンネルの表面積が最も小さくなるものを考えましょう。ゲージ重力対応の最近の研究成果によると、物質側における A と B の領域の情報は、反ドジッター宇宙側ではこのトンネルの内部空間に反映されることが知られています（このトンネルの内部空間は Entanglement Wedge と呼ばれます）。

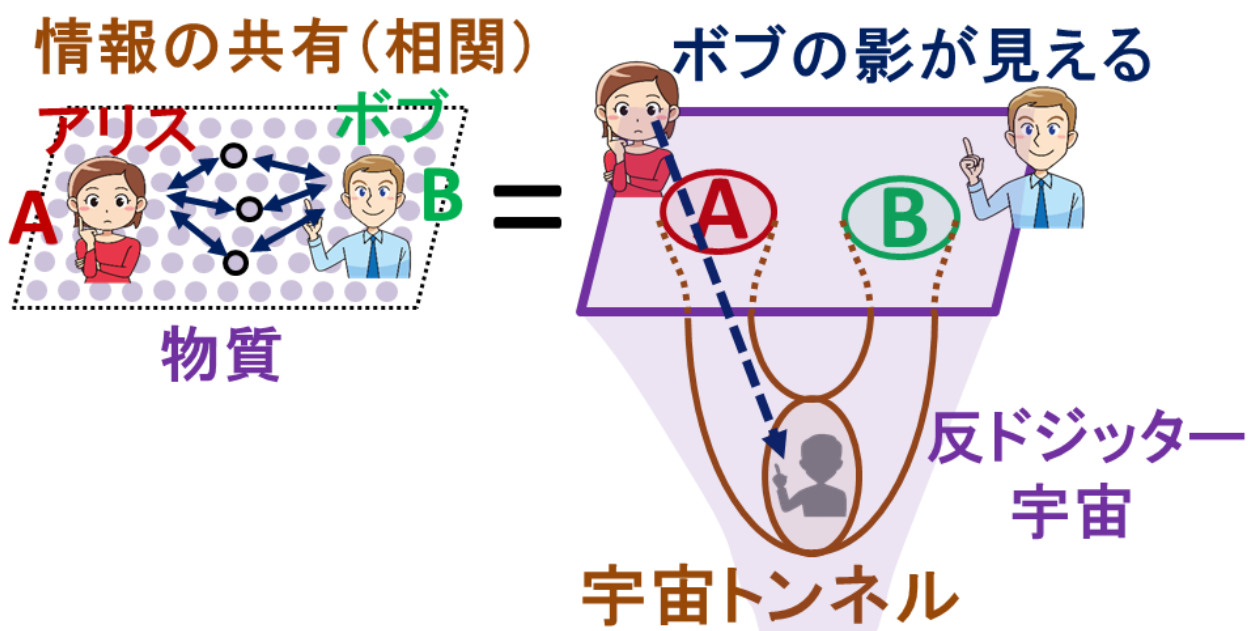
本研究では、このトンネルを特徴づける最も重要な幾何学量が、その最小断面積であることに着目しました。そこで、トンネルの最小断面積が満たす様々な性質や、具体的な計算を行ったところ、これが量子情報理論で知られる「純粋化量子もつれ (Entanglement of Purification)」と呼ばれる量と一致するという強い証拠を得ました。この「純粋化量子もつれ」と呼ばれる量は、前記の量子もつれエントロピーを混合状態に対しても使

えるように一般化したものの一つで、AとBが共有する情報の大きさ（つまりは相関の大きさ）を混合状態において測る量です。この量は、混合状態に余分な自由度を加えて純粋状態にするという純粋化（Purification）を行った後に、量子もつれエントロピーを計算し、その最小値をとることで定義されます。

この証拠に動機づけられる形で、テンソルネットワークと呼ばれる物質のミクロな状態を量子ビットの集合体として表現する手法をゲージ重力対称に応用したところ、反ドジッター宇宙のトンネル空間の最小断面積を求める計算が、量子ビットの立場ではまさしく「純粋化量子もつれ」の計算に相当することが分かりました。このようにして、「混合状態におけるAとBの2体間の共有する情報量（相関）の大きさは、反ドジッター宇宙でAとBをつなぐトンネルの最小断面積に等しい」という新しい公式を発見しました。

概要の図を使って、この公式の意味を直観的に説明してみましょう。アリス（A）とボブ（B）が情報を共有している状況（左図）は、ゲージ重力対称を用いると、反ドジッター宇宙の視点では両者の間にトンネルがあり、その中間地点にお互いの影が映し出されている状況に対応します（右図）。その影の面積が、共有する情報量に相当するというわけです。

この研究成果は、「重力理論の宇宙は、量子ビットの集合体と見なせる」という考え方が、純粋状態のみならず、より一般的な混合状態に対しても成立することを示唆しています。またこれは重力理論と量子ビットの理論をつなぐ新しい道具を提供し、超弦理論のさらなる理解に役立つと期待されます。さらに、自由度の多い系では計算が非常に困難な情報量を、我々の幾何学公式を用いると、重力理論の方法によってずっと簡単に計算できるので、量子情報理論への応用も期待できます。



### 3. 波及効果、今後の予定

本研究成果は、ゲージ重力対応の基礎メカニズムに対して重要な示唆を与えています。特に、ゲージ重力対応は通常は反ドジッター宇宙の全体を考えますが、それだけではなく、その部分空間（例えば上記のトンネル空間）に制限してもこの対応が機能することを予言しています。このように、ゲージ重力対応をどの程度一般化することができるのか理解していくことは今後の重要なテーマです。例えば、宇宙定数が正のドジッター宇宙に対してゲージ重力対応を考えることができるのか明らかにすることは、我々が住む宇宙とも関係する大変興味深い目標です。

本研究で発見した公式は、量子的な情報量を、重力を用いた幾何学な方法で計算するものです。そこからは、量子系の2体相関に関して多くの予言が得られます。そこで今度は、量子論の立場において直接的に計算を行い、我々の公式から得た結果と比較していくことも今後の自然な研究の流れでしょう。

また、混合状態の情報を表す量には他にも数多くの種類があります。今回考えた「純粋化量子もつれ」という量は、AとBの間に共有されている情報量の大きさを表すものでしたが、その情報量の中には量子もつれ以外の相関も含まれていることが知られています。これらはミクロな世界ではなくとも現れる日常的な相関であり、重力の量子論として興味深いのは、特に量子もつれの方です。そこで、「量子もつれのみ」を抽出する別の量子的な情報量を、ゲージ重力対応でどのように計算することができるのか明らかにすることも重要な課題です。

### 4. 研究プロジェクトについて

本研究は、The Simons Foundation による研究助成金 “It from Qubit Simons Collaboration: Quantum Fields, Gravity and Information”（代表:Patrick Hayden）と 科研費基盤研究A 16H02182（代表：高柳匡）と文部科学省・世界トップレベル研究拠点プログラム（WPI）の支援を受けました。

#### <用語解説>

**量子ビット**：通常の計算機で用いる0と1の値（ビット）の代わりに、量子コンピューターでは0と1の状態の量子的な重ね合わせを用いる。これを量子ビット(qubit)と呼ぶ。

#### <論文タイトルと著者>

タイトル：Entanglement of purification through holographic duality

著者：Koji Umemoto and Tadashi Takayanagi

掲載誌：Nature Physics DOI：10.1038/s41567-018-0075-2

\* 本論文は Springer Nature Content Sharing Initiative の下記のアドレスでも公開されています。

<http://rdcu.be/JRJK>